Esercizi di Fisica per la classe terza scientifico

I seguenti esercizi sono svolti: per un buon allenamento, devi provare a svolgerli su un quaderno a parte e controllare la soluzione solo al termine del tuo lavoro. Puoi trovare esercizi equivalenti a questi sul libro di testo.

LEGGI DI CONSERVAZIONE

Testo *[P0002]* [1 ★ 2 2a] Un oggetto che ha massa $m_1 = 50\,kg$ viaggia ad una velocità $V_1 = 11\,\frac{m}{s}$. Ad un certo punto urta contro un oggetto di massa $m_2 = 100\,kg$ che viaggia nello stesso verso ad una velocità $V_2 = 1\,\frac{m}{s}$. Nell'urto i due oggetti rimangono attaccati. A quale velocità finale si muove il blocco?

Spiegazione Ognuno dei due oggetti si sta muovendo, e quindi ha una certa quantità di moto. Visto che quando urtano tra loro rimangono attaccati, allora si tratta di un urto anelastico nel quale si conserva la sola quantità di moto.

Svolgimento Vale la legge di conservazione della quantità di moto; quindi la quantità di moto totale iniziale è uguale alla quantità di moto totale finale.

$$P_{1i} + P_{2i} = P_{tot.f}$$

$$m_{1i}V_{1i} + m_{2i}V_{2i} = m_{tot}V_f$$

In questa equazione si vede che dopo l'urto è presente un solo oggetto la cui massa è pari alla somma delle masse dei due oggetti prima dell'urto.

$$V_f = \frac{m_{1i}V_{1i} + m_{2i}V_{2i}}{m_{tot}}$$

$$V_f = \frac{550\,\frac{kg\,m}{s} + 100\,\frac{kg\,m}{s}}{150\,kg} = \frac{13}{3}\,\frac{m}{s}$$

Il fatto che il risultato sia positivo indica che il blocco dei due oggetti viaggia, dopo l'urto, nello stesso verso dei blocchi prima dell'urto.

Testo *[P0003]* [2 3 2a] Due auto procedono verso un incrocio su strade perpendicolari tra loro. La prima ha una massa $m_1 = 650\,kg$ e viaggia ad una velocità $\mathcal{V}_1 = 60\,\frac{km}{h}$. La seconda ha una massa $m_2 = 500\,kg$ e viaggia ad una velocità $\mathcal{V}_2 = 90\,\frac{km}{h}$. Ipotizzando un urto anelastico nel quale le due auto rimangono attaccate, con quale velocità si muoveranno i rottami dopo l'urto?

Spiegazione Il problema suggerisce la soluzione in quanto dice che l'urto in questione è anelastico. Vale di conseguenza la legge di conservazione dell'impulso che in questo caso va scritta in due dimensioni.

Svolgimento Scomponiamo il problema su due direzioni che indicheremo con le lettere x e y: quelle delle due strade. Avremo

$$\begin{cases} m_1 \mathcal{V}_{1x} = (m_1 + m_2)\,\mathcal{V}_{fx} \\ m_2 \mathcal{V}_{2y} = (m_1 + m_2)\,\mathcal{V}_{fy} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{m_1 \mathcal{V}_{1x}}{(m_1 + m_2)} = \mathcal{V}_{fx} \\ \dfrac{m_2 \mathcal{V}_{2y}}{(m_1 + m_2)} = \mathcal{V}_{fy} \end{cases}$$

La velocità dopo l'urto sarà quindi

$$\mathcal{V}_f = \sqrt{\mathcal{V}_{fx}^2 + \mathcal{V}_{fy}^2} = \frac{\sqrt{m_1^2 \mathcal{V}_1^2 + m_2^2 \mathcal{V}_2^2}}{(m_1 + m_2)}$$

$$\mathcal{V}_f = 51,8\,\frac{km}{h}$$

Testo *[P0006]* [2 ★ 2 ⌛ 2a 📖] Una bomba esplode dividendosi in tre frammenti di eguale massa, e che partono in direzioni differenti. Due di questi hanno la stessa velocità $V = 50\,\frac{m}{s}$ ed il terzo ha una velocità differente. Sapendo che l'angolo tra i primi due frammenti è $\theta = 90°$, quanto vale la velocità V_3 del terzo frammento?

Spiegazione Questo problema è completamente descritto dalla legge di conservazione della quantità di moto.

Svolgimento La quantità di moto totale prima dell'esplosione è nulla. Dopo l'esplosione la quantità di moto del terzo frammento deve essere eguale ed opposta alla somma delle quantità di moto dei due frammenti iniziali. Per cui

$$P_3 = mV_3 = \sqrt{m^2V^2 + m^2V^2} = \sqrt{2}mV$$

da cui

$$V_3 = \sqrt{2}V = 70,7\,\frac{m}{s}$$

Testo *[P0007]* [2 3 3a] Un proiettile di massa $m = 3\,kg$ si muove con velocità $U = 400\,\frac{m}{s}$. A seguito di una piccola esplosione, il proiettile si rompe in due frammenti di massa uno doppia dell'altro, che si muovono rispettivamente con una direzione inclinata di $\alpha = \pm 30°$ rispetto alla velocità iniziale del proiettile. Con quale velocità si muovono i due frammenti?

Spiegazione L'esplosione genera una coppia di forze interne che sono causa dell'allontanamento dei due proiettili. Vale la legge di conservazione dell'impulso. Con la legge di conservazione dell'energia possiamo poi stimare il lavoro in ingresso.

Svolgimento I due frammanto del proiettile hanno uno una massa doppia dell'altro, quindi possiamo definire le loro masse come $M_1 = m$ ed $M_2 = 2m$. La massa del proiettile sarà $M_p = 3m$

Scriviamo la legge di conservazione dell'impulso

$$\begin{cases} 3mU_p = mU_{1x} + 2mU_{2x} \\ 0 = mU_{1y} - 2mU_{2y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3U_p = U_{1x} + 2U_{2x} \\ U_{1y} = 2U_{2y} \end{cases}$$

Dal momento che i due frammenti si muovono con lo stesso angolo α rispetto all'orizzontale, avremo

$$\begin{cases} U_{1y} = U_1 \sin\alpha = \frac{1}{2}U_1 \\ U_{2y} = U_2 \sin\alpha = \frac{1}{2}U_2 \\ U_{1x} = U_1 \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}U_1 \\ U_{2x} = U_2 \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}U_2 \end{cases}$$

e quindi

$$\begin{cases} 3v_p = \frac{\sqrt{3}}{2}v_1 + \sqrt{3}v_2 \\ v_1 = 2v_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3v_p = \sqrt{3}v_2 + \sqrt{3}v_2 \\ v_1 = 2v_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_p = 346,4\,\frac{m}{s} \\ v_1 = \sqrt{3}v_p = 692,8\,\frac{m}{s} \end{cases}$$

Testo *[LP0001]* [3 ★ 4⏳ 2a 📖] Un oggetto di massa $m_1 = 50\,kg$ si trova su di un piano inclinato senza attrito, all'altezza $h_i = 5\,m$ da terra; esso viaggia ad una velocità $\mathcal{V}_1 = 11\,\frac{m}{s}$. Alla fine del piano inclinato si sposta in orizzontale fino a quando urta un oggetto di massa $m_2 = 100\,kg$ inizialmente fermo e ci rimane attaccato. Con quale velocità viaggeranno dopo l'urto?

Spiegazione Questo problema è di fatto separato in due problemi distinti; nella prima parte abbiamo infatti un oggetto che cade lungo un piano inclinato senza attrito, e nella seconda abbiamo l'urto anelastico dei due oggetti. Per cui dobbiamo prima capire con quale velocità arriva l'oggetto al fondo del piano inclinato, per poi studiare l'urto anelastico e capire con quale velocità si muove il blocco dei due oggetti.

Svolgimento Cominciamo con l'impostare la legge di conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}m\mathcal{V}_{1i}^2 + mgh_i = \frac{1}{2}m\mathcal{V}_{1f}^2 + mgh_f$$

Raccogliendo la massa e semplificandola

$$\frac{\frac{1}{2}\mathcal{V}_{1i}^2 + gh_i}{\frac{1}{2}} = \mathcal{V}_{1f}^2$$

$$\mathcal{V}_{1f} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}m\mathcal{V}_{1i}^2 + mgh_i}{\frac{1}{2}m}}$$

$$\mathcal{V}_{1f} = \sqrt{\mathcal{V}_{1i}^2 + 2gh_i} = 14,8\,\frac{m}{s}$$

Per la legge di conservazione della quantità di moto, la quantità di moto totale iniziale è uguale alla quantità di moto totale finale.

$$P_{1f} + P_{2i} = P_{blocco}$$

$$m_{1i}\mathcal{V}_{1f} + m_{2i}\mathcal{V}_{2i} = m_{tot}\mathcal{V}_{blocco}$$

In questa equazione si vede che dopo l'urto è presente un solo oggetto la cui massa è pari alla somma delle masse dei due oggetti prima dell'urto.

$$U_{blocco} = \frac{m_{1i}U_{1f} + m_{2i}U_{2i}}{m_{tot}}$$

$$U_{blocco} = \frac{50\,kg \cdot 14,8\,\frac{m}{s} - 100\,kg \cdot 0\,\frac{m}{s}}{150\,kg} = 4,93\,\frac{m}{s}$$

Il meno nella formula indica che il secondo oggetto viaggia in direzione opposta rispetto al primo; il fatto che il risultato sia positivo indica che il blocco dei due oggetti viaggia, dopo l'urto, nello stesso verso del primo blocco prima dell'urto.

Testo *[CP0007]* [4 ★ 4 ↕ 3a 📖] Un proiettile di massa $M = 2\,kg$ parte da terra alla velocità iniziale $V_i = 500\,\frac{m}{s}$ con un angolo da terra $\theta = 60°$. Nel punto di massima altezza il proiettile esplode dividendosi in due frammenti uguali. L'energia dell'esplosione è $E = 20000\,J$ ed i due frammenti rimangono allineati sulla verticale. Con quale velocità si muovono dopo l'esplosione?

Spiegazione Il proiettile Raggiunge il punto di massima altezza con una certa velocità. L'esplosione rompe il proiettile in due schegge. Nel sistema del baricentro, le due schegge hanno la stessa quantità di moto, grazie alla quale possiamo risalire alla velocità. La velocità dei proiettili nel sistema di riferimento del cannone si otterrà sommando alle velocità dei frammenti quella del proiettile intero.

Svolgimento Sapendo che il proiettile fa un moto parabolico , la velocità nel punto di massima altezza sarà la componente orizzontale della velocità iniziale, quindi

$$V_x = V \cdot \cos\theta = 250\,\frac{m}{s}$$

Nel sistema di riferimento del baricentro del proiettile i due frammenti con massa uguale, avranno la stessa quantità di moto e quindi la stessa energia.

$$\begin{cases} mV_1 = mV_2 \\ \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2 = E \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ V_1 = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{4E}{M}} = 200\,\frac{m}{s} \end{cases}$$

Tornando nel sistema di riferimento del cannone, le velocità dei due frammenti saranno

$$V = \sqrt{\frac{2E}{m} + V^2\cos^2\theta} = 320,15\,\frac{m}{s}$$

ERRATA CORRIGE: V1=400 M/S

Testo *[LA0001]* [3 4 3a] Un satellite percorre un'orbita ellittica intorno alla Terra con massima distanza $r_{max} = 2 \cdot 10^{11}\, m$ e minima distanza $r_{max} = 1 \cdot 10^{11}\, m$. Con quale velocità si muove nei punti dell'orbita più vicino e più distante dalla Terra?

Spiegazione

Svolgimento Per prima cosa definiamo il semiasse maggiore dell'orbita come

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

Per la legge di conservaziond del momento angolare, tenuto conto che l'angolo tra la velocità del satellite ed il raggio tra la Terra ed il satellite è un angolo retto, avremo

$$m\mathcal{V}_2 r_2 = m\mathcal{V}_1 r_1$$

Per la legge di conservazione dell'energia avremo

$$\frac{1}{2}m\mathcal{V}_1^2 - G\frac{Mm}{r_1} = \frac{1}{2}m\mathcal{V}_2^2 - G\frac{Mm}{r_2}$$

Quindi

$$\begin{cases} \mathcal{V}_2 r_2 = \mathcal{V}_1 r_1 \\ \mathcal{V}_1^2 - 2G\dfrac{M}{r_1} = \mathcal{V}_2^2 - 2G\dfrac{M}{r_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{V}_2 r_2 = \mathcal{V}_1 r_1 \\ \mathcal{V}_1^2 r_1^2 - 2GMr_1 = \mathcal{V}_2^2 r_1^2 - 2G\dfrac{Mr_1^2}{r_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{V}_2 r_2 = \mathcal{V}_1 r_1 \\ \mathcal{V}_2^2 r_2^2 - 2GMr_1 = \mathcal{V}_2^2 r_1^2 - 2G\dfrac{Mr_1^2}{r_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2 r_2 = v_1 r_1 \\ v_2^2 \left(r_2^2 - r_1^2\right) = -2GMr_1 \left(\dfrac{r_1}{r_2} - 1\right) \end{cases}$$

Da cui

$$v_2 = \sqrt{2GMr_1 \frac{\left(\dfrac{r_1}{r_2} - 1\right)}{\left(r_1^2 - r_2^2\right)}}$$

$$v_2 = \sqrt{2GM \frac{r_1}{r_2} \frac{1}{(r_1 + r_2)}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{r_1}{r_2}}$$

A questo punto troviamo v_1

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{r_2}{r_1}}$$

Con i dati del problema avremo

$$v_2 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \dfrac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}\, kg}{3 \cdot 10^{11} m} \cdot 0,5} = 25,766\, \frac{m}{s}$$

$$v_1 = 51,532\, \frac{m}{s}$$

Testo *[LA0002]* [4 4 3a] In un certo istante, due asteroidi di uguale massa $m = 5 \cdot 10^5\,kg$ si muovono nello spazio profondo con eguale velocità $\mathcal{V}_i = 400\,\frac{m}{s}$ con verso opposto e su due direzioni parallele distanti $d = 20000\,km$ tra loro. Se nell'istante iniziale la loro distanza è $r_i = 200000\,km$, qual'è la minima distanza a cui si avvicineranno?

Spiegazione La forza di gravità è una forza conservativa e quindi vale la legge di conservazione dell'energia. Allo stesso tempo, in questo problema, la forza di gravità è una forza interna e ne consegue che anche il momento angolare del sistema si conserva.

Svolgimento Consideriamo due istanti: quello iniziale dato dal problema e quello finale in cui i due oggetti hanno raggiunto la minima distanza. Cominciamo con l'osservare che la condizione di minima distanza implica che le velocità finali sono perpendicolari alla linea che congiunge i due asteroidi.

Scriviamo la legge di conservazione del momento angolare rispetto al baricentro del sistema

$$2 \cdot m\mathcal{V}_f \frac{r_{min}}{2} = 2 \cdot m\mathcal{V}_i \frac{d}{2}$$

$$\mathcal{V}_f r_{min} = \mathcal{V}_i d$$

$$\mathcal{V}_f^2 = \mathcal{V}_i^2 \frac{d^2}{r_{min}^2}$$

Scriviamo adesso la legge di conservazione dell'energia

$$-G\frac{m^2}{r_i} + \frac{1}{2}m\mathcal{V}_i^2 = \frac{1}{2}m\mathcal{V}_f^2 - G\frac{m^2}{r_{min}}$$

L'energia totale iniziale è un parametro fisso del problema e lo chiameremo E_{tot}

$$E_{tot} = -G\frac{m^2}{r_i} + \frac{1}{2}m\mathcal{V}_i^2$$

Anche il momento angolare iniziale è un parametro fisso che chiameremo L_{tot}

$$L_{tot} = 2 \cdot m\mathcal{V}_i \frac{d}{2} = m\mathcal{V}_i d$$

$$E_{tot} = \frac{L^2}{2mr_{min}^2} - G\frac{m^2}{r_{min}}$$

$$E_{tot}r_{min}^2 + Gm^2r_{min} - \frac{L^2}{2m} = 0$$

$$r_{min} = \frac{-Gm^2 \pm \sqrt{G^2m^4 + 4E_{tot}\frac{L^2}{2m}}}{2E_{tot}}$$

$$r_{min} = -\frac{Gm^2}{2E_{tot}}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2E_{tot}L^2}{G^2m^5}}\right)$$

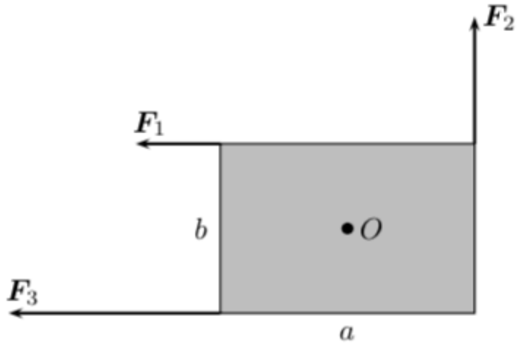
Di qui troviamo due valori per r. Consideriamo il caso in cui L'energia totale è positiva o nulla. Dei due valori di r quello negativo è da scartare e quello positivo rappresenta la minima distanza raggiunta. Se l'energia totale è negativa allora abbiamo un sistema legato.

Problema 1

Si consideri un rettangolo di lati $a = 30\,\mathrm{cm}$ e $b = 20\,\mathrm{cm}$ sul quale siano applicate, come in figura, le forze $\boldsymbol{F}_1$ ed $\boldsymbol{F}_2$ di moduli $F_1 = 4.0\,\mathrm{N}$ e $F_2 = 6.0\,\mathrm{N}$; determinare

① il momento delle forze $\boldsymbol{F}_1$ ed $\boldsymbol{F}_2$ rispetto al centro O del rettangolo;

② modulo della forza $\boldsymbol{F}_3$ che rende nullo il momento totale delle forza applicate al rettangolo.



Soluzione

① Applicando la regola della mano destra momenti delle forze $\boldsymbol{F}_1$ ed $\boldsymbol{F}_2$ sono due vettori entrambi uscenti dal foglio; i loro moduli si calcolano osservando che i loro bracci sono rispettivamente $b_1 = b/2$ e $b_2 = a/2$; si ha quindi

$$M_1 = \frac{1}{2}\,bF_1 = 0.40\,\mathrm{N\,m} \qquad , \qquad M_2 = \frac{1}{2}\,aF_2 = 0.90\,\mathrm{N\,m}\ .$$

② Il momento della forza $\boldsymbol{F}_3$ rispetto al polo O è un vettore entrante nel foglio; per avere momento risultante nullo basta quindi che il suo modulo sia uguale alla somma dei moduli di $\boldsymbol{M}_1$ ed $\boldsymbol{M}_2$; il braccio di $\boldsymbol{F}_3$ rispetto ad O vale $b/2$, quindi deve essere

$$\frac{1}{2}\,bF_3 = \frac{1}{2}bF_1 + \frac{1}{2}aF_2 \qquad \longrightarrow \qquad F_3 = F_1 + \frac{a}{b}\,F_2 = 13\,\mathrm{N}\ .$$

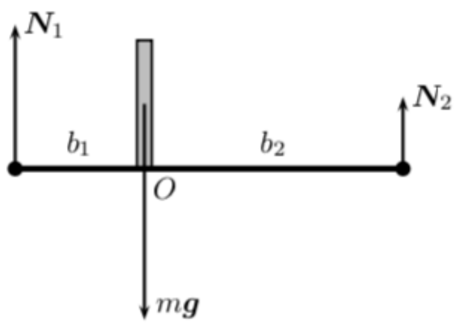
Si noti che, in questo caso, il momento totale calcolato rispetto ad un polo diverso non è nullo. Si consideri, ad esempio, come polo il punto di applicazione della forza $\boldsymbol{F}_2$; rispetto a questo $\boldsymbol{F}_1$ ed $\boldsymbol{F}_2$ hanno braccio nullo e quindi momento nullo, quindi il momento totale coincide con il momento di $\boldsymbol{F}_3$ che non è zero. Questo è dovuto al fatto che la risultante delle tre forze non è nulla. La condizione di annullamento del momento totale è indipendente dal polo solamente in condizioni di equilibrio.

Problema 2

Una mensola di massa trascurabile è imbullonata alle estremità in modo da essere in posizione orizzontale; un libro di massa $m = 2.40\,\mathrm{kg}$ è poto sulla mensola in modo che la sua distanza dal bullone destro sia il doppio della distanza da bullone sinistro; determinare la reazione vincolare di ciascun bullone.

Soluzione

Il sistema è in equilibrio; quindi la risultante delle forze agenti e il momento totale delle forze agenti devono essere entrambi nulli. Le forze agenti sono, la forza peso $m\boldsymbol{g}$ del libro e le reazioni vincolari $\boldsymbol{N}_1$ ed $\boldsymbol{N}_1$ dei bulloni. Scelto come polo O il punto in cui la forza peso del libro interseca la mensola, la forza peso ha braccio nullo, mentre i bracci delle reazioni vincolari sono uno il doppio dell'altro: $b_2 = 2b_1$. Allora le due condizioni di equilibrio sono



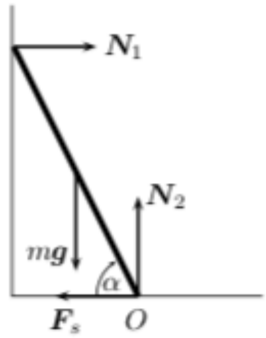
$$\begin{cases} N_1 + N_2 = mg \\ N_1 b_1 = N_2 b_2 \end{cases} \qquad \longrightarrow \qquad \begin{cases} N_1 = \dfrac{b_2}{b_1 + b_2}\,mg = \dfrac{2}{3}\,mg = 1.60\,\mathrm{N\,m} \\ N_2 = \dfrac{b_1}{b_1 + b_2}\,mg = \dfrac{1}{3}\,mg = 0.80\,\mathrm{N\,m}\ . \end{cases}$$

Problema 3

Una scala di massa $m = 3.5\,\mathrm{kg}$ e lunghezza ℓ è appoggiata ad una parte verticale formando con il pavimento un angolo $\alpha = 65°$; sapendo che il coefficiente di attrito statico fra la scala e la superficie del pavimento è $\mu_s = 0.36$ e che l'attrito con la parete verticale è trascurabile, determinare

① le reazioni vincolari nei punti di appoggio;

② l'angolo minimo α_m che consente alla scala di stare in equilibrio.



Soluzione

① Al punto di appoggio sulla parete vi è solo una reazione vincolare perpendicolare $\boldsymbol{N}_1$, mentre al punto di appoggio sul pavimento, oltre alla relazione vincolare perpendicolare $\boldsymbol{N}_2$ vi è anche una forza di attrito statico $\boldsymbol{F}_s$; inoltre sulla scala agisce la forza peso applicata nel suo punto medio, come rappresentato in figura. Per avere equilibrio si devono annullare la risultante delle forze agenti e i momento totale delle forze agenti. È conveniente scegliere come polo il punto O di appoggio della scala sul pavimento poiché, rispetto ad esso due forza hanno braccio nullo; il bracci di $\boldsymbol{N}_1$ e di $m\boldsymbol{g}$ valgono rispettivamente

$$b_1 = \ell \operatorname{sen} \alpha \qquad , \qquad b_2 = \frac{1}{2}\,\ell \cos \alpha \ ,$$

quindi le condizioni per l'equilibrio diventano

$$\begin{cases} N_1 = F_s \\ N_2 = mg \\ N_1 \ell \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2}\, mg\ell \cos\alpha \end{cases} \qquad \longrightarrow \qquad \begin{cases} N_1 = F_s = \dfrac{mg}{2\operatorname{tg}\alpha} = 8.0\,\mathrm{N} \\ N_2 = mg = 34\,\mathrm{N}\ . \end{cases}$$

Come già osservato nell'esercizio precedente, la scelta del polo è stata dettata da sole considerazioni di comodità e di semplicità di calcolo; scegliendo un polo diverso, per esempio il vertice dell'angolo formato dal pavimento e dalla parete, si sarebbe ottenuto il medesimo risultato, dovendo però considerare il momento di tre forze invece che di due come fatto qui.

② Il vincolo può sviluppare una forza di attrito statico il cui massimo modulo è

$$F_s^M = \mu_s N_2 = \mu_s mg\ ;$$

tenendo conto dei risultati del primo punto, deve quindi valere

$$F_s \le F_s^M \qquad \longrightarrow \qquad \frac{mg}{2\operatorname{tg}\alpha} \le \mu_s mg \qquad \longrightarrow \qquad \operatorname{tg}\alpha \ge \frac{1}{2\mu_s}\ ;$$

pertanto l'angolo minimo è

$$\alpha_m = \operatorname{arctg}\frac{1}{2\mu_d} = 54°\ .$$

***Problema 1**

Una pattinatrice artistica ruota attorno ad un asse passante per il proprio baricentro con velocità angolare di modulo $\omega_1 = 2.4\,\mathrm{rad/s}$ quando, portando le braccia lungo il corpo, aumenta il modulo della propria velocità angolare di rotazione fino a $\omega_2 = 3.5\,\mathrm{rad/s}$; sapendo che il suo momento d'inerzia iniziale era $I_1 = 5.2\,\mathrm{kgm}^2$ determinare il suo momento d'inerzia finale.

Soluzione

L'unica forza esterna agente sulla pattinatrice è la forza peso; scegliendo come polo il centro di massa, il momento delle forze esterne risulta quindi nullo. Pertanto il momento angolare rimane costante; vale quindi

$$L_1 = L_2 \qquad \longrightarrow \qquad I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \qquad \longrightarrow \qquad I_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2}\, I_1 = 3.6\,\mathrm{kgm}^2 \ .$$

Problema 2

Un satellite cilindrico di raggio $r = 4.5\,\mathrm{m}$ e massa $m = 5.4 \cdot 10^3\,\mathrm{kg}$ inizialmente fermo, viene messo in rotazione per mezzo di due propulsori montati tangenti al cilindro; determinare

① il modulo F della forza che deve essere applicata da ciascun razzo affinché il satellite raggiunga la velocità angolare di modulo $\omega = 3.5\,\mathrm{rad/s}$ nel tempo $\Delta t = 360\,\mathrm{s}$;

② l'energia cinetica finale del satellite.

Soluzione

① Scegliendo come polo un punto O sull'asse di simmetria del cilindro l'equazione (5.3) in forma scalare si scrive

$$M_O = I\,\frac{\omega}{\Delta t} \ .$$

Il momento delle forze esterne è uguale al prodotto delle due forze, aventi lo stesso modulo F, per il braccio r; inoltre il momento d'inerzia del cilindro rispetto al suo asse è $I = mr^2/2$; si trova quindi

$$2Fr = \frac{1}{2}\,mr^2\,\frac{\omega}{\Delta t} \qquad \longrightarrow \qquad F = \frac{mr\omega}{4\Delta t} = 59\,\mathrm{N} \ .$$

Problema 3

Determinare l'energia cinetica della Terra nel suo moto di rotazione attorno al proprio asse e di rivoluzione attorno al Sole.

Soluzione

L'energia cinetica di rotazione attorno al proprio asse è data da

$$\mathcal{E}_{c1} = \frac{1}{2} I\omega^2$$

ove $I = 2mr^2/5$ e $\omega = 2\pi/T$ ove T è il tempo impiegato a compiere una rotazione competa, e quindi un giorno. Utilizzando i valori riportati in appendice si trova

$$\mathcal{E}_{c1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} mr^2\omega^2 = \frac{4\pi^2}{5} \cdot \frac{mr^2}{T^2} = 2.56 \cdot 10^{29}\ \mathrm{J}\ .$$

Per l'energia cinetica di rivoluzione attorno al Sole, la Terra può essere approssimata ad un punto materiale; indicando con d la distanza Terra-Sole e con T_1 il periodo di rivoluzione, si ha quindi

$$\mathcal{E}_{c2} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi d}{T_1}\right)^2 = \frac{2\pi md^2}{T_1^2} = 8.45 \cdot 10^{26}\ \mathrm{J}\ .$$

Testo *[A0002]* [2 ★ 2 3a] Sul bordo di una piattaforma girevole con momento di inerzia $I = 100\,kgm^2$ e raggio $r = 2\,m$, si trova una persona mi massa $M = 60\,kg$. Inizialmente entrambe sono ferme. Calcola la velocità angolare con la quale la piattaforma ruota, quando la persona cammina lungo il bordo della piattaforma con una velocità $U = 2\,\frac{m}{s}$.

Spiegazione In questo esercizio vale la legge di conservazione del momento angolare. Il momento angolare iniziale del sistema è nullo visto che tutto il sistema è fermo. Quando la persona si muove allora il momento angolare della persona è pari e opposto a quello della piattaforma.

Svolgimento

$$L_{i-tot} = L_{f-disco} + L_{f-persona}$$

$$0 = I_{disco}\omega + I_{per}\omega$$

$$0 = I_{disco}\omega - Mr^2 \cdot \frac{U}{r}$$

$$I_{disco}\omega = MUr$$

$$\omega = \frac{MUr}{I_{disco}} = \frac{60\,kg \cdot 2\,\frac{m}{s} \cdot 2\,m}{100\,kgm^2} = 2,4\,\frac{1}{s}$$

Testo *[A0006]* [2 ★ 3 ⧗ 3a 📖] Un bambino di massa $m = 30\,kg$ si trova nel centro di una giostra, di raggio $r = 3\,m$ e momento d'inerzia $I = 540\,kg \cdot m^2$, che ruota con frequenza $\nu_i = 0,3\,Hz$. Con quale frequenza ruoterà la giostra se il bambino si sposta sul bordo di essa?

Spiegazione In questo problema non ci sono forze esterne che possano generare momenti che a loro volta possano far cambiare il momento angolare. Quindi il momento angolare si conserva.

Svolgimento Indicando con gli indici g e b la giostra ed il bambino, avremo che il momento angolare del sistema è

$$L_{tot} = I_g \cdot 2\pi\nu_g + I_b \cdot 2\pi\nu_b$$

Le due frequenze di rotazione sono sempre uguali visto che il bambino è solidale con la giostra. Inizialmente il momento di inerzia del bambino è zero, visto che si trova sull'asse di rotazione. Alla fine il momento di inerzia del bambino è $I_b = mr^2$. Avremo quindi

$$L_{tot_i} = L_{tot_f}$$

$$I_g \cdot 2\pi\nu_i = I_g \cdot 2\pi\nu_f + mr^2 \cdot 2\pi\nu_f$$

$$I_g\nu_i = \left(I_g + mr^2\right)\nu_f$$

$$\nu_f = \frac{I_g\nu_i}{(I_g + mr^2)}$$

$$\nu_f = \nu_i \frac{1}{\left(1 + \frac{mr^2}{I_g}\right)} = 0,3\,Hz \cdot \frac{1}{1 + \frac{270}{540}} = 0,2\,Hz$$

Problema 1

Si supponga che un corpo venga lanciato dalla superficie terrestre con una velocità iniziale $v = \sqrt{R_T g}$;

① verificare che la velocità è inferiore alla velocità di fuga;

② determinare l'altezza massima raggiunta.

Soluzione

① Ricordando che l'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre è data dalla (6.6), si trova

$$v = \sqrt{r_T \frac{Gm_T}{r_T^2}} = \sqrt{\frac{Gm_T}{r_T}} < v_f \ ,$$

quindi il corpo non sfugge all'attrazione terrestre.

② Sulla superficie terrestre l'energia totale, cioè la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale gravitazionale, vale

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - G\,\frac{m_T m}{r_T} = -G\,\frac{m_T m}{2r_T} \ .$$

Nel punto di altezza massima il corpo si ferma e quindi la sua energia cinetica è nulla; l'energia totale quindi coincide con l'energia potenziale:

$$E = -G\frac{m_T m}{(r_T + h)} \ ,$$

ove h è la massima altezza raggiunta. Per la conservazione dell'energia queste due equazioni devono coincidere; si trova quindi

$$h = r_T \ .$$

*Problema 2

Un buco nero ha massa $m = 2 \cdot 10^{30}$ kg; determinare la distanza d dal suo centro alla quale la sua velocità di fuga è uguale alla velocità della luce.

Soluzione Utilizzando l'equazione (6.9) si trova

$$c = \sqrt{\frac{2Gm}{d}} \qquad \longrightarrow \qquad d = \frac{2Gm}{c^2} = 3\,\text{km} \ .$$

Una tale distanza è detta *orizzonte degli eventi* del buco nero.

Testo [CD0009] [4 ★ 4 ⌛ 3a 📖] Un sistema binario di stelle è formato da due stelle di massa $M_1 = 2\,M_s$ ed $M_2 = 8\,M_s$. Sapendo che la massa del nostro Sole è $M_s = 2 \cdot 10^{30}\,kg$ e che le due stelle mantengono tra loro una distanza costante $d = 2 \cdot 10^{10}\,m$, quanto vale il periodo di rotazione del sistema?

Spiegazione Il sistema è formato da due stelle che ruotano con lo stesso periodo intorno al baricentro del sistema. La forza che tiene insieme le due stelle è ovviamente la forza di gravità.

Svolgimento Le due stelle compiono un moto circolare uniforme intorno al baricentro del sistema. Il problema si risolve con un sistema di tre equazioni: le prime due indicano la forza centripeta che muove le stelle; la seconda indica che la somma dei due raggi di rotazione è pari alla distanza tra le due stelle.

$$\begin{cases} G\dfrac{M_1M_2}{d^2} = M_1\dfrac{V_1^2}{r_1} \\ G\dfrac{M_1M_2}{d^2} = M_2\dfrac{V_2^2}{r_2} \\ r_1 + r_2 = d \end{cases}$$

Introduciamo il periodo di rotazione, ovviamente uguale per le due stelle

$$\begin{cases} G\dfrac{M_2}{d^2} = \dfrac{4\pi^2 r_1}{T^2} \\ G\dfrac{M_1}{d^2} = \dfrac{4\pi^2 r_2}{T^2} \\ r_1 + r_2 = d \end{cases}$$

Sappiamo che i due corpi ruotano intorno al baricentro del sistema, per cui

$$M_1 r_1 = M_2 r_2$$

$$M_1 r_1 = M_2\,(d - r_1)$$

$$r_1 = \frac{dM_2}{M_1 + M_2}$$

Quindi

$$G\frac{M_2}{d^2} = \frac{4\pi^2 dM_2}{T^2 \cdot (M_1 + M_2)}$$

$$G\frac{(M_1 + M_2)}{d^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

da cui

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{G\,(M_1 + M_2)}}$$

$$T = 486572\,sec = 5,63\,giorni$$

Esercizi di Fisica per la classe terza scientifico

TERMODINAMICA

Testo *[Q0001]* [2 3 2a] Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di un oggetto di ferro di $\Delta T = 50\,K$ sapendo che ha una massa $m = 10\,kg$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 300\,K$? Se la temperatura iniziale fosse stata $T_i = 1800\,K$ sarebbe servita più energia? *[rispondi indicando anche il perchè]*

Spiegazione Inizialmente abbiamo un oggetto di ferro di una certa massa e che si trova ad una certa temperatura. Gradualmente gli forniamo del calore e vogliamo che aumenti la sua temperatura. Innanzi tutto dobiamo chiederci quali siano i fenomeni fisici che accadono in questa situazione. Visto che l'oggetto dovrà passare da una temperatura iniziale $T_i = 300\,K$ ad una finale $T_f = 350\,K$ noi siamo sicuri che l'oggetto si trova allo stato solido e che non subisce alcuna transizione di fase. La temperatura di fusione del ferro è infatti $T_{fus} = 1808\,K$, molto più alta delle temperature assunte dall'oggetto. L'unico fenomeno che avviene è quindi il riscaldamento dell'oggetto.

Svolgimento

$$\Delta Q = c_s\, m\, \Delta T = 440 \frac{J}{kg\,K}\, 10kg\; 50K = 220\,kJ$$

Se la temperatura iniziale fosse stata $T_i = 1800\,K$ allora sarebbe avvenuta anche una transizione di fase e ci sarebbe voluta molta più energia.

Testo *[Q0004]* [1 ★ 2 ⧗ 2a 📖] Due sbarre di eguale lunghezza $l_i = 3\,m$, una di ferro e l'altra di alluminio, vengono scaldate di $\Delta T = 50\,K$. Ammettendo che nessuna delle due raggiunga il punto di fusione, di quanto una risulterà più lunga dell'altra?

Spiegazione Il fenomeno fisico descritto da questo esercizio è quello della dilatazione termica lineare. Entrambe le sbarre si allungano in quanto aumenta la loro temperatura, ma essendo di materiali differenti, una si allungherà più dell'altra.

Svolgimento La prima sbarra si allunga di

$$\Delta l_{Fe} = \lambda_{Fe} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 3\,m \cdot 50\,K = 18 \cdot 10^{-4}\,m = 1,8\,mm$$

La seconda sbarra si allunga di

$$\Delta l_{Al} = \lambda_{Al} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Al} = 25 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 3\,m \cdot 50\,K = 37,5 \cdot 10^{-4}\,m = 3,75\,mm$$

La differenza di lunghezza tra le due sbarre sarà quindi

$$d = \Delta l_{Al} - \Delta l_{Fe} = 1,95\,mm$$

Testo [Q0006] [3 2 2a] Ad un oggetto di ferro di massa $m = 2kg$, alla temperatura iniziale $T_i = 600\,K$ vengono forniti $\Delta Q_{tot} = 2000\,kJ$ di calore. Quanti kilogrammi di ferro riesco a fare fondere?

Spiegazione Il ferro alla temperatura iniziale indicata nel problema è solido. Fornendogli calore l'oggetto comincerà a scaldarsi, se arriva alla temperatura di fusione allora l'oggetto comincierà a fondere.

Svolgimento Il ferro fonde alla temperatura $T_{fus} = 1808\,K$. L'energia necessaria per scaldare l'oggetto dalla temperatura iniziale fino alla temperatura di fusione vale:

$$\Delta Q_1 = c_s m \Delta T = c_s m \left(T_{fus} - T_i\right)$$

$$\Delta Q_1 = 440\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot 2\,kg \cdot 1208\,K = 1063040\,kJ = 1063,04\,J$$

L'energia fornita complessivamente è molto maggiore, quindi avanza del calore che verrà utilizzato per far fondere il ferro. Nel complesso avanzano

$$\Delta Q_2 = \Delta Q_{tot} - \Delta Q_1 = 936,96\,kJ$$

Utilizzando la legge della transizione di fase, con questa quantità di calore è possibile calcolare quanta massa di ferro è possibile far fondere.

$$m_f = \frac{\Delta Q_2}{Q_{lat-fus}} = \frac{936,96\,kJ}{247,2\,\frac{kJ}{kg}} = 3,79\,kg$$

Tutto il ferro a disposizione viene quindi fuso, in quanto con l'energia a disposizione saremmo in grado di fondere molto più dei $2\,kg$ di ferro a disposizione.

Testo *[Q0012]* [1 ★ 2 ⧗ 2a 📖] In quanto tempo un forno della potenza $P = 500\,W$ può far aumentare di $\Delta T = 20\,K$ la temperatura di una massa $m = 20\,kg$ di acqua?

Spiegazione In questo problema, ammettendo che non avvenga alcuna trasformazione di fase durante il riscaldamento, l'unico fenomeno che accade è il riscaldamento dell'acqua. Il calore che serve a scaldare quell'acqua viene dato in un certo intervallo di tempo dal forno. L'intervallo di tempo sarà tanto più piccolo quanto più potente è il forno.

Svolgimento Il calore necessario per scaldare l'acqua è

$$\Delta Q = c_s m \Delta T$$

Tale calore viene dato dal forno di potenza

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

quindi

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{c_s m \Delta T}{P}$$

$$\Delta t = \frac{4186\,\frac{J}{kg K} \cdot 20\,kg \cdot 20\,K}{500\,W} = 3348,8\,s$$

Testo *[Q0013]* [1 ★ 1 2a] Un oggetto di materiale sconosciuto e di massa $m_1 = 5\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{i1} = 350\,K$ viene messo a contatto con un oggetto dello stesso materiale e di massa $m_2 = 30\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{i2} = 300\,K$. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i due oggetti?

Spiegazione Per calcolare la temperatura di equilibrio tra due oggetti messi a contatto abbiamo una sola formula da utilizzare

Svolgimento Utilizziamo la giusta formula:

$$T_{eq} = \frac{c_s m_1 T_{i1} + c_s m_2 T_{i2}}{c_s m_1 + c_s m_2}$$

Essendo i due oggetti fatti dello stesso materiale, i calori specifici sono stati indicati con lo stesso simbolo c_s che poi possiamo raccogliere a fattor comune.

$$T_{eq} = \frac{c_s\left(m_1 T_{i1} + m_2 T_{i2}\right)}{c_s\left(m_1 + m_2\right)}$$

Adesso possiamo semplificare i calori specifici.

$$T_{eq} = \frac{m_1 T_{i1} + m_2 T_{i2}}{m_1 + m_2} = \frac{1750\,kg\,K + 9000\,kg\,K}{35\,kg} = 307,14\,K$$

Testo *[QT0002]* [4 ★ 5 ⏳ 3a 📖] Una centrale elettrica di potenza $P = 500\,MW$ funziona con un ciclo termodinamico di rendimento $\eta = 0,35$. Per raffreddarla viene utilizzato un piccolo fiume dal quale si preleva una portata d'acqua $C = 5 \cdot 10^4\,\frac{kg}{s}$. Di quanto si scalda quell'acqua?

Spiegazione La centrale elettrica produce una certa potenza, quindi una certa quantità di energia nel tempo. La centrale elettrica funziona con un ciclo termodinamico che assorbe calore ad alta temperatura, una parte la trasforma in lavoro (energia elettrica) ed il restante lo cede a bassa temperatura. Questo calore ceduto deve essere portato via dalla centrale grazie all'impianto di raffreddamento. Il calore ceduto, viene infatti dato all'acqua presa dal fiume. Tale acqua quindi si scalda.

Svolgimento Il calore che scalda l'acqua è il calore ceduto dalla centrale nel suo ciclo termodinamico

$$\delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L$$

Sappiamo anche che in un ciclo termodinamico

$$\delta Q_{ass} = \frac{\delta L}{\eta}$$

quindi

$$\delta Q_{ced} = \frac{\delta L}{\eta} - \delta L = \delta L \frac{1-\eta}{\eta}$$

Visto che la centrale ha una potenza $P = \frac{\delta L}{\Delta t}$

$$\delta Q_{ced} = P \Delta t \frac{1-\eta}{\eta}$$

Questo calore serve a scaldare l'acqua dell'impianto di raffreddamento. La portata dell'acqua in ingresso nella centrale è

$$C = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Quindi la massa di acqua che posso scaldare è

$$\Delta m = C\Delta t$$

Il problema chiede di calcolare di quanto di scalda l'acqua del sistema di raffreddamento:

$$\Delta T = \frac{\delta Q_{ced}}{c_s \cdot \Delta m}$$

$$\Delta T = \frac{P\Delta t\frac{1-\eta}{\eta}}{c_s \cdot C\Delta t} = \frac{P\frac{1-\eta}{\eta}}{c_s \cdot C}$$

$$\Delta T = \frac{5 \cdot 10^8\,W \cdot \frac{0{,}65}{0{,}35}}{4186\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot 5 \cdot 10^4\,\frac{kg}{s}} = 4,4\,K$$

Exercise 153. Un motore di un'automobile libera $8.2\,kJ$ di lavoro a ogni ciclo. Prima di una messa a punto, il rendimento è del 25%. Calcolare, per ogni ciclo, il calore assorbito dalla combustione del carburante e il calore scaricato nell'atmosfera. Dopo una messa a punto, il rendimento è del 31%. Trovare i nuovi valori delle quantità calcolate in precedenza a parità di lavoro svolto.

Soluzione: Il calore assorbito dalla combustione, ricavabile dalle relazione $\eta = \frac{W}{Q}$, è dato da

$$Q_{ass} = \frac{W}{\eta} = \frac{8.2}{0.25} = 33\,kJ$$

pertanto il calore scaricato nell'aria è

$$Q_{emesso} = 33\,kJ - 8.2\,kJ = 25\,kJ$$

se aumenta il rendimento, a parità di lavoro, avremo allo stesso modo

$$Q_{ass} = \frac{W}{\eta} = \frac{8.2}{0.31} = 26\,kJ$$

e il calore emesso sarà

$$Q_{emesso} = 26\,kJ - 8.2\,kJ = 18\,kJ$$

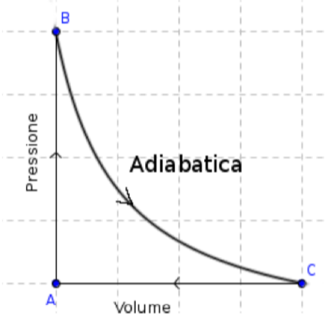
EXERCISE 152. Un inventore afferma di avere ideato quattro macchine termiche, ognuna delle quali funziona tra sorgenti di calore a 400 e a $300\,K$. I dati di ogni macchina termica, per ogni ciclo di funzionamento, sono i seguenti: macchina $a)$: $Q_1 = 200\,J,\ Q_2 = -175\,J,\ W = 40\,J$; macchina $b)$: $Q_1 = 500\,J,\ Q_2 = -200\,J,\ W = 400\,J$; macchina $c)$: $Q_1 = 600\,J,\ Q_2 = -200\,J,\ W = 400\,J$; macchina $d)$: $Q_1 = 100\,J,\ Q_2 = -90\,J,\ W = 10\,J$. Stabilire quale di queste macchine viola la prima o la seconda legge della termodinamica.

Soluzione: Un motore ideale funzionante tra le due sorgenti di calore indicate ha un rendimento pari a

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300\,K}{400\,K} = 0.25$$

- caso a) Il rendimento di tale motore è $\eta = 1 - \frac{175}{200} = \frac{1}{8} = 0.125$, compatibile con il rendimento ideale; per ogni ciclo si ha una cessione di calore netta pari a $25\,J$ a fronte di un lavoro di $40\,J$. Si viola pertanto il primo principio.
- caso b) il rendimento è $\eta = 1 - \frac{200}{500} = 0.6$ incompatibile con il rendimento ideale; per ogni ciclo si ha una cessione di calore netta pari a $300\,J$ a fronte di un lavoro di $400\,J$. Si violano, pertanto, entrambi i principi.
- caso c) Il rendimento di tale motore è $\eta = 1 - \frac{200}{600} = 0.667$, incompatibile con il rendimento ideale; per ogni ciclo si ha una cessione di calore netta pari a $400\,J$ a fronte di un lavoro di $400\,J$. Si viola pertanto il secondo principio.
- caso d) Il rendimento di tale motore è $\eta = 1 - \frac{90}{100} = 0.10$, compatibile con il rendimento ideale; per ogni ciclo si ha una cessione di calore netta pari a $10\,J$ a fronte di un lavoro di $10\,J$. Non è violato alcun principio.

EXERCISE 155. A una mole di un gas monoatomico viene fatto percorrere il ciclo in figura. Il processo bc è un'espansione adiabatica; $p_B = 10.0\,bar$, $V_B = 1.00 \cdot 10^{-3}\,m^3$, $V_C = 8.00\,V_B$. Calcolare il calore fornito al gas, il calore restituito dal gas, il lavoro totale compiuto dal gas e il rendimento per ogni ciclo.



Soluzione: L'energia è ceduta sotto forma di calore durante il processo ab, che vede un aumento di pressione a parità di volume (trasformazione isocora: $W = 0$, $\Delta E_{int} = Q$); il calore è pertanto

$$Q = nC_V \Delta T = 1 \times \frac{3}{2} R\Delta T$$

ma per la legge dei gas ideali

$$\Delta T = \frac{p_B V_B - p_A V_A}{nR} = \frac{p_B - p_A}{nR} V_B$$

e si avrà

$$Q = \frac{3\left(p_B - p_A\right)}{2} V_B$$

per ricavare p_A, osserviamo che $p_A = p_C$; ora il processo bc è adiabatico ($Q = 0$, $\Delta_{int} = -L$) e

$$p_A = p_C = \frac{p_B V_B^\gamma}{V_C^\gamma} = 1.0 \cdot 10^6\, Pa \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = 3.167 \cdot 10^4\, Pa$$

il calore fornito è quindi

$$Q = \frac{3\left(p_B - p_A\right)}{2} V_B = \frac{3}{2}\left(1.0 \cdot 10^6 - 3.167 \cdot 10^4\right) 1.00 \cdot 10^{-3} = 1.47 \cdot 10^3\, J$$

L'energia è ceduta al gas sotto forma di calore durante il processo ca. Questo è una trasformazione a pressione costante, (trasformazione isobara $W = p\Delta V$). Il calore ceduto è

$$Q = nC_p \Delta T = \frac{5}{2} p_A \left(V_A - V_C\right) = \frac{5}{2} \times 3.167 \cdot 10^4 \times \left(-7.00 \cdot 10^{-3}\right) = -5.54 \cdot 10^2\, J$$

In un ciclo completo la variazione di energia interna è nulla ($\Delta E_{int}^{ciclo} = 0$), e

$$W = Q = 1.47 \cdot 10^3 - 5.54 \cdot 10^2 = 9.18 \cdot 10^2\, J$$

Infine l'efficienza è data da

$$\eta = \frac{W}{Q_{int}} = \frac{9.18 \cdot 10^2}{1.47 \cdot 10^3} = 0.624 = 62.4\,\%$$